

# 梁のたわみ実験キット

## ES4

## 講義マニュアル



## 目次

|                 |    |
|-----------------|----|
| 1. イントロダクション    | 2  |
| 2. セットアップ例      | 2  |
| 3. 実験結果例        | 3  |
| 実験シートⅠ(梁への集中荷重) | 3  |
| 実験シートⅡ(梁の材料)    | 4  |
| 実験シートⅢ(梁の断面寸法)  | 7  |
| 実験シートⅣ(梁の支点)    | 8  |
| 実験シートⅤ(片持ち梁の長さ) | 11 |

## 1. イントロダクション

当社は一般的な梁の方程式に係わる要因を系統的に説明できるようにこのキットでの実験を構成しました。単純支持梁は、こわさとたわみに関して最も首尾一貫した妥当な結果を最も短いセットアップ時間で与えてくれるので、大抵の実験でそれが使われています。単純支持梁をピンとピン・ローラ支持各 1 個で表す必要性について学生達に説明する必要があります(不静定を避けるためで、理論的には正しい)。しかし、多少とも純粋な垂直荷重になるように、また摩擦を小さくするために、このキットではナイフエッジ支点を採用しています。

なお、学生用の実験シートは、以下のような実験が用意されています。

- ・ 梁への集中荷重
- ・ 梁の材料
- ・ 梁の断面寸法
- ・ 梁の支点
- ・ 片持ち梁の長さ

## 2. セットアップ例

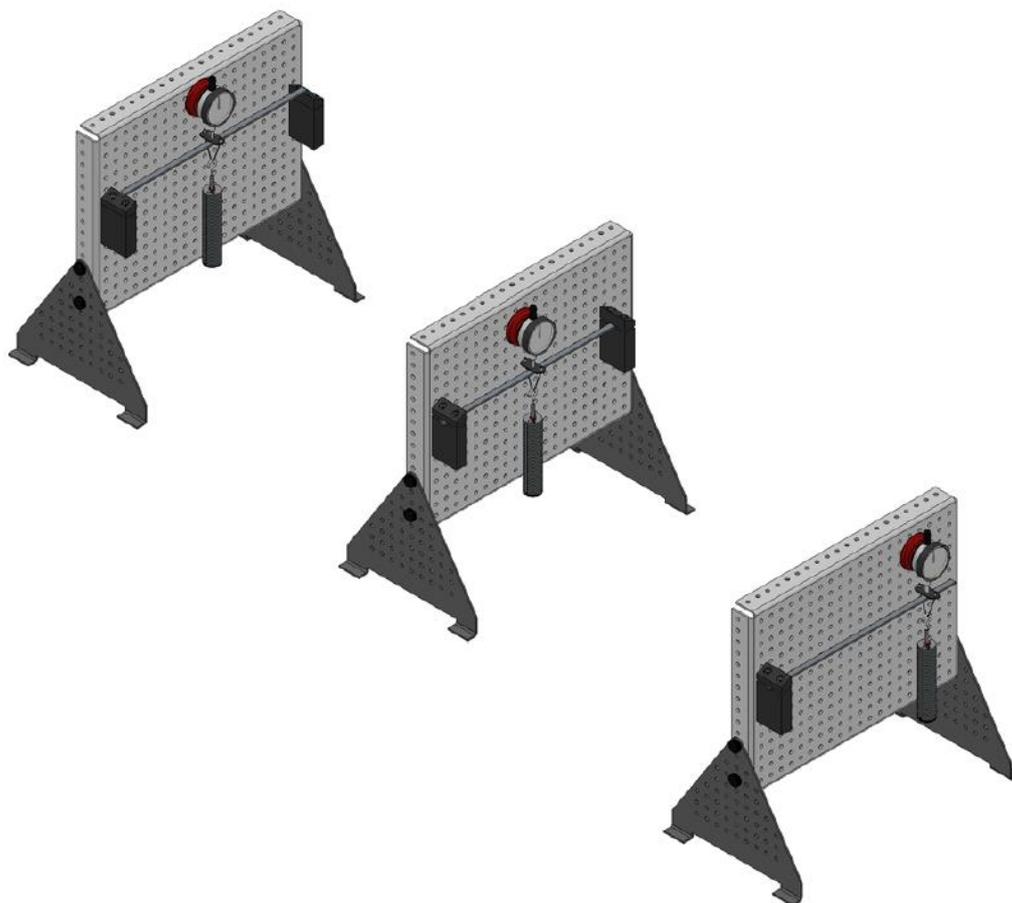


図 2 セットアップ例

### 3. 実験結果例

実験シート I (梁への集中荷重)

このキットでは最も簡単な実験になります。『E』、『I』、『L』の値が定数であることを理解しなければなりません。  
(それらの意味を理解していなくとも)

また、梁の荷重とたわみには、比例関係があることも確認しなければなりません。

| 集中荷重               |                  |             |
|--------------------|------------------|-------------|
| 重り( $m$ )<br>(g)   | 荷重( $W$ )<br>(N) | たわみ<br>(mm) |
| 0                  | 0                | 0           |
| 100                | 0.98             | 0.6         |
| 200                | 1.96             | 1.17        |
| 300                | 2.94             | 1.74        |
| 400                | 3.92             | 2.32        |
| 500                | 4.9              | 2.88        |
| 材質:アルミニウム          |                  |             |
| 梁の寸法:9.5mm x 3.1mm |                  |             |

表 1 結果例

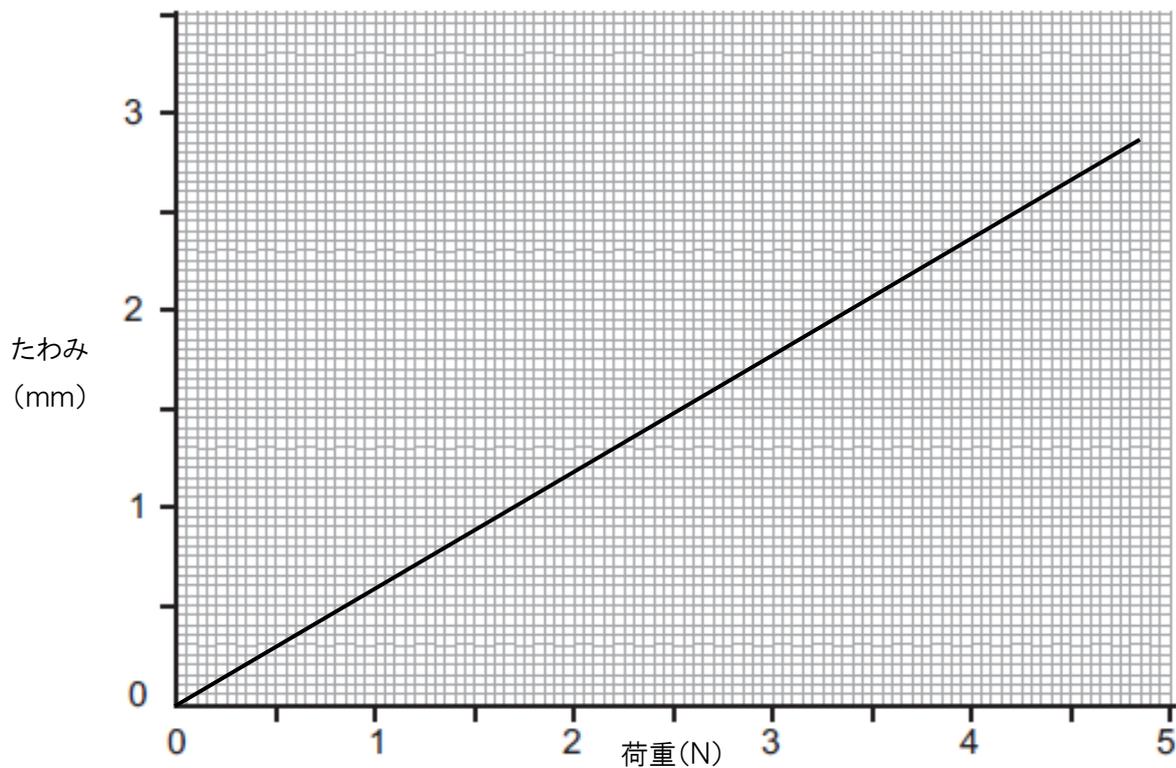


表 2 結果例

## 実験シートII (梁の材料)

この実験の最初の部分では、材料は異なりますが同じ寸法の梁を使ってその材料が梁のたわみにどのような影響を及ぼすかを明らかにします。また、ヤング率も紹介します。

アルミニウム梁のたわみと  $1/E$  を 1 にしたときの比の間に相関関係があることを学生たちは注目すべきです。 $1/E$  に対するたわみのグラフを描くことができますが、3 種だけの材料ではそのグラフは科学的には疑問があります。

$E$  が既知で断面が同じ 2、3 本以上の梁の適当なグラフを作成することができるはずですが、これは学生が彼らの自身の梁を作りテストし、この簡単な実験の誤差の原因を認識する理想的な機会となります。彼らはその主な原因が梁の  $I$  の値に影響するほんの僅かな寸法差(特に高さ)にあると理解することでしょう。

| 素材による比較  |               |         |                  |                     |
|--|---------------|---------|------------------|---------------------|
| 素材   | たわみ<br>(500g) | アルミとの比率 | ヤング係数<br>( $E$ ) | アルミの逆数<br>( $1/E$ ) |
| アルミニウム   | 2.88          | 1       | 69               | 1                   |
| 黄銅   | 1.78          | 0.62    | 105              | 0.66                |
| 鉄  | 0.95          | 0.33    | 200              | 0.35                |
| 代表的な断面 2 次モーメント( $I$ ): $2.36 \times 10^{-11}$ |               |         |                  |                     |

表 3 結果例

この実験の第二の部分では、材料は異なるが寸法は同じ 3 本の梁材料のこわさ(ヤング率)を求めるテストをします。

結果から学生にグラフの原点 0 近くか 0 を通る'ベストフィット'線を引かせ、その勾配を求めさせねばなりません。

値はテキストブックにあるアルミニウムと鋼の値のほぼ 8%以内に収まるはずですが、黄銅は、その成分(銅と亜鉛)の割合がアルミニウムと鋼の成分のそれより大きく異なるので、より大きな誤差がでます。誤差は材料自身の配合量の違い、測定・計器誤差によります。より大きな誤差はキットの基本的に不適正な組立や使い方によります。

$E$  の値が違えば、テキストブックにある値を仮定している他のテストに影響を及ぼすことに学生たちは注意すべきです。

| 梁試験片               |                  |             |                            |                        |
|--------------------|------------------|-------------|----------------------------|------------------------|
| おもり( $m$ )<br>(g)  | 荷重( $W$ )<br>(N) | たわみ<br>(mm) | たわみ( $\delta$ )<br>(m)     | $48\delta I/L^3$       |
| 0                  | 0                | 0           | 0                          | 0                      |
| 100                | 0.98             | 0.55        | $5.5 \times 10^{-4}$       | $1.34 \times 10^{-11}$ |
| 200                | 1.96             | 1.16        | $1.16 \times 10^{-3}$      | $2.82 \times 10^{-11}$ |
| 300                | 2.94             | 1.72        | $1.72 \times 10^{-3}$      | $4.18 \times 10^{-11}$ |
| 400                | 3.92             | 2.32        | $2.32 \times 10^{-3}$      | $5.63 \times 10^{-11}$ |
| 500                | 4.9              | 2.86        | $2.86 \times 10^{-3}$      | $6.94 \times 10^{-11}$ |
| 材質:アルミニウム          |                  |             |                            |                        |
| 梁の寸法:9.5mm x 3.1mm |                  |             | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |                        |

表 4 結果例

| 梁試験片               |                  |             |                            |                        |
|--------------------|------------------|-------------|----------------------------|------------------------|
| おもり( $m$ )<br>(g)  | 荷重( $W$ )<br>(N) | たわみ<br>(mm) | たわみ( $\delta$ )<br>(m)     | $48\delta I/L^3$       |
| 0                  | 0                | 0           | 0                          | 0                      |
| 100                | 0.98             | 0.36        | $3.6 \times 10^{-4}$       | $8.74 \times 10^{-12}$ |
| 200                | 1.96             | 0.70        | $7.0 \times 10^{-4}$       | $1.70 \times 10^{-11}$ |
| 300                | 2.94             | 1.05        | $1.05 \times 10^{-3}$      | $2.55 \times 10^{-11}$ |
| 400                | 3.92             | 1.40        | $1.40 \times 10^{-3}$      | $3.40 \times 10^{-11}$ |
| 500                | 4.9              | 1.75        | $1.75 \times 10^{-3}$      | $4.25 \times 10^{-11}$ |
| 材質:黄銅              |                  |             |                            |                        |
| 梁の寸法:9.5mm x 3.1mm |                  |             | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |                        |

表 5 結果例

| 梁試験片               |                  |             |                            |                        |
|--------------------|------------------|-------------|----------------------------|------------------------|
| おもり( $m$ )<br>(g)  | 荷重( $W$ )<br>(N) | たわみ<br>(mm) | たわみ( $\delta$ )<br>(m)     | $48\delta I/L^3$       |
| 0                  | 0                | 0           | 0                          | 0                      |
| 100                | 0.98             | 0.19        | $1.9 \times 10^{-4}$       | $4.61 \times 10^{-12}$ |
| 200                | 1.96             | 0.38        | $3.8 \times 10^{-4}$       | $9.23 \times 10^{-12}$ |
| 300                | 2.94             | 0.57        | $5.7 \times 10^{-4}$       | $1.38 \times 10^{-11}$ |
| 400                | 3.92             | 0.76        | $7.6 \times 10^{-4}$       | $1.85 \times 10^{-11}$ |
| 500                | 4.9              | 0.95        | $9.5 \times 10^{-4}$       | $2.31 \times 10^{-11}$ |
| 材質:鉄               |                  |             |                            |                        |
| 梁の寸法:9.5mm x 3.1mm |                  |             | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |                        |

表6 結果例

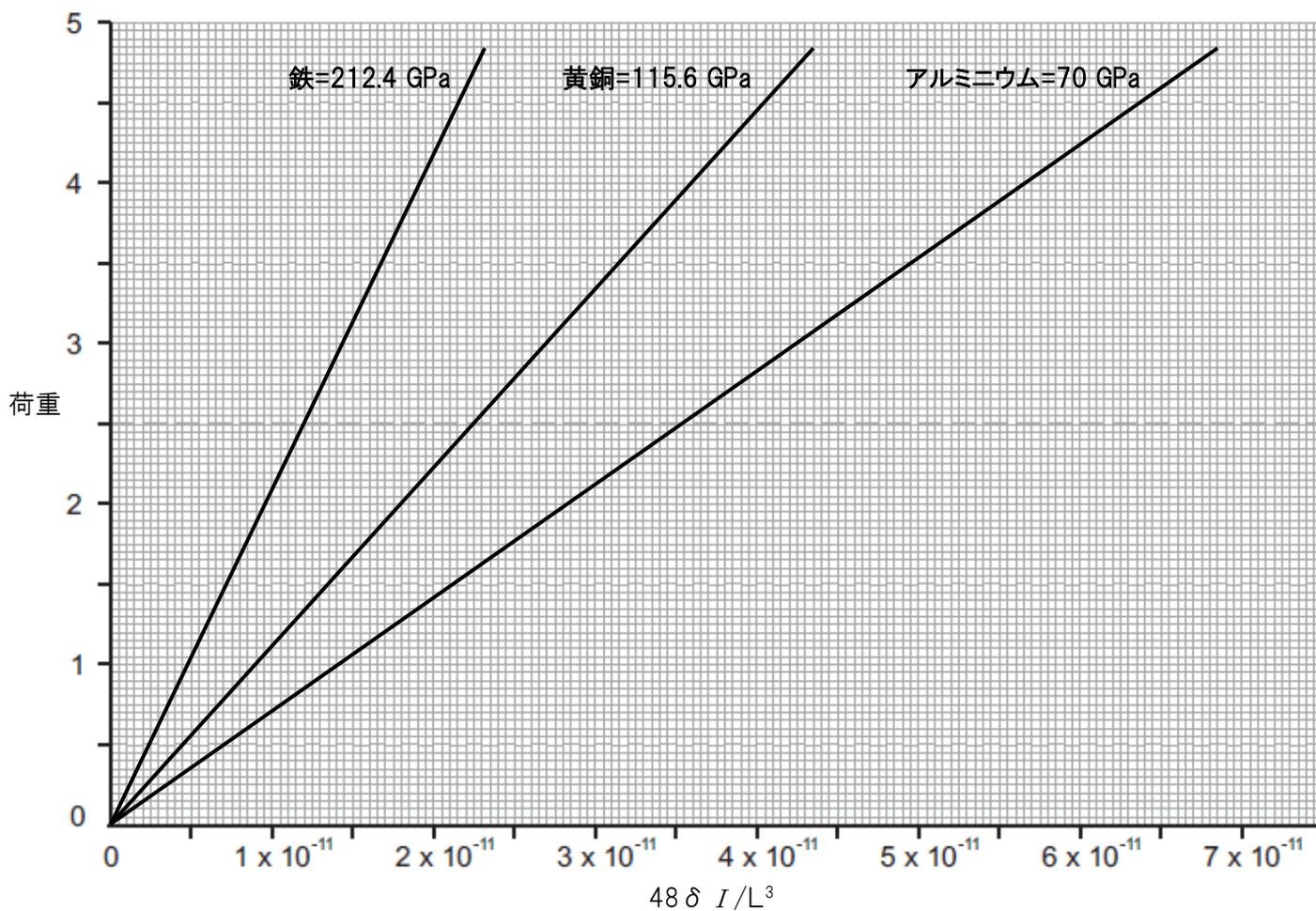


表7 結果例

## 実験シートⅢ(梁の断面寸法)

この実験は同じ材料で寸法の異なる梁を用いてその寸法がたわみにどのような影響を及ぼすかを  $I$  値の影響を紹介しながら説明します。その結果から学生に理論で示したようにグラフの原点 0 かその近くを通るベストフィット線を描かせます。

| 断面寸法         |                         |                   |                       |
|--------------|-------------------------|-------------------|-----------------------|
| 断面寸法<br>(mm) | 断面2次モーメント               | たわみ(500g)<br>(mm) | $1/I$<br>( $1/m^4$ )  |
| 9.5 x 3.1    | $2.36 \times 10^{-11}$  | 2.90              | $4.24 \times 10^{10}$ |
| 9.5 x 3.1    | $18.86 \times 10^{-11}$ | 0.33              | $0.53 \times 10^{10}$ |
| 9.5 x 3.1    | $3.13 \times 10^{-11}$  | 2.25              | $3.19 \times 10^{10}$ |
| 9.5 x 3.1    | $4.72 \times 10^{-11}$  | 1.40              | $2.19 \times 10^{10}$ |

表 7 結果例

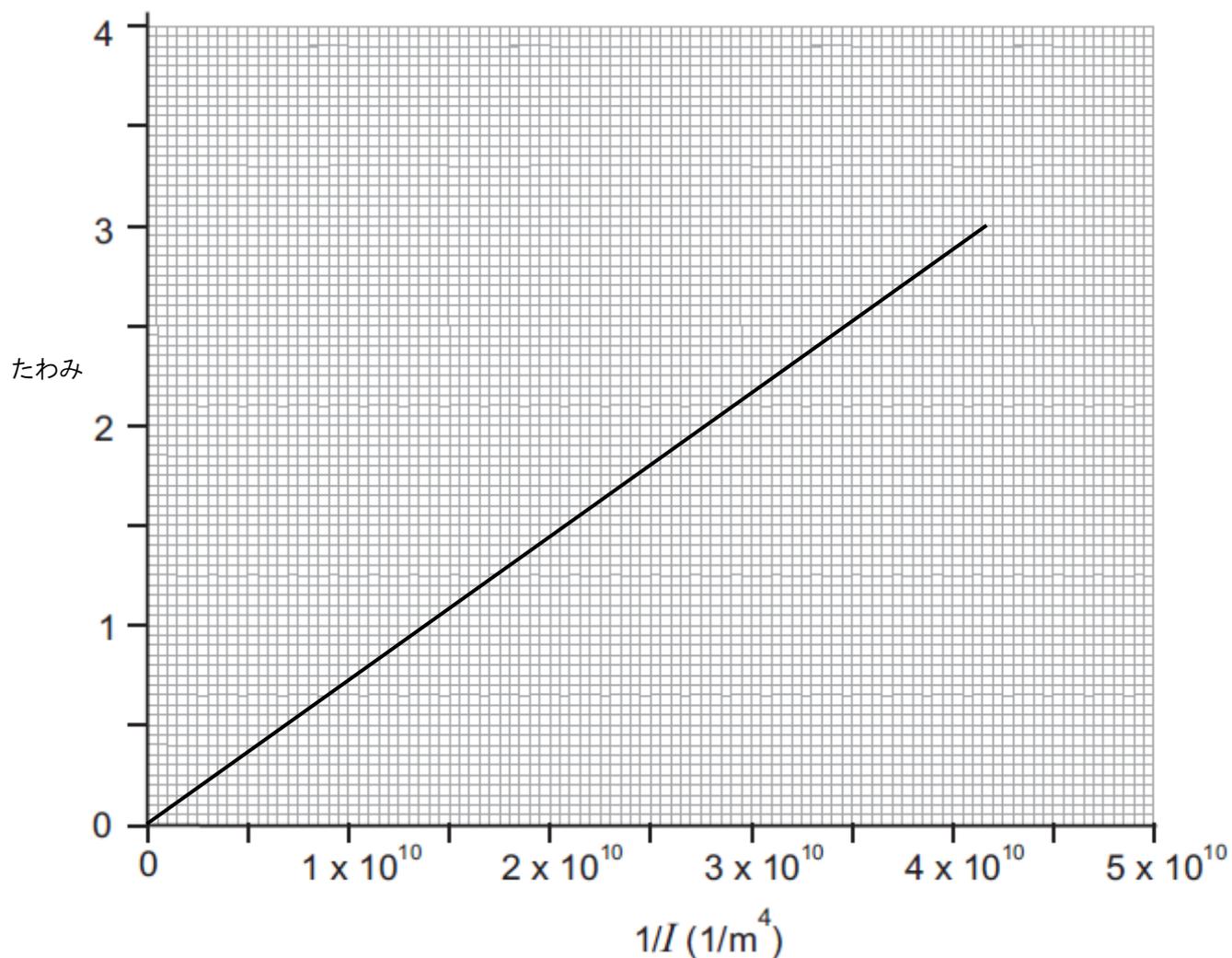


図 3 結果例

## 実験シートⅣ(梁の支点)

学生たちはKの納得のいく値を特に単純支持梁の場合で示さねばなりません。両端固定梁の場合、Kの値は小さくなりがちです。各手順とも同じ材料を使用しているので、単純支持梁の場合におけるそれら以上の誤差がでるとすると不完全な(理想に較べて)支持状態によるものです。

この実験は各種の支持を直接比較するために一貫して同じ梁とスパンを用いていますので、実際的な理由から片持ち梁は使いません。学生たちは(片持ち梁の)Kが(他の梁の)48、110、192に較べて3に過ぎないので、そのたわみはもっと大きくなるであろうことを明らかにしなければなりません。その梁は固定端で降伏さえする可能性がある(これは真実)ことを明らかにする学生がいるかもしれません。

| 固定梁               |              |             |                            |           |
|-------------------|--------------|-------------|----------------------------|-----------|
| おもり(m)<br>(g)     | 荷重(W)<br>(N) | たわみ<br>(mm) | たわみ<br>(m)                 | $WL^3/EI$ |
| 0                 | 0            | 0           | 0                          | 0         |
| 100               | 0.98         | 0.11        | 0.00011                    | 0.0197    |
| 200               | 1.96         | 0.22        | 0.00022                    | 0.0394    |
| 300               | 2.94         | 0.33        | 0.00033                    | 0.0592    |
| 400               | 3.92         | 0.44        | 0.00044                    | 0.0789    |
| 500               | 4.9          | 0.54        | 0.00054                    | 0.0986    |
| 素材:アルミニウム         |              | E:69 Gpa    |                            |           |
| 支点間距離 L:320 mm    |              |             |                            |           |
| 梁の寸法:9.5 x 3.1 mm |              |             | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |           |

表 8 結果例

| 単純支持梁            |              |             |                            |           |
|------------------|--------------|-------------|----------------------------|-----------|
| おもり(m)<br>(g)    | 荷重(W)<br>(N) | たわみ<br>(mm) | たわみ<br>(m)                 | $WL^3/EI$ |
| 0                | 0            | 0           | 0                          | 0         |
| 100              | 0.98         | 0.41        | 0.00041                    | 0.0197    |
| 200              | 1.96         | 0.81        | 0.00081                    | 0.0394    |
| 300              | 2.94         | 1.23        | 0.00123                    | 0.0592    |
| 400              | 3.92         | 1.62        | 0.00162                    | 0.0789    |
| 500              | 4.9          | 2.03        | 0.00203                    | 0.0986    |
| 素材:アルミニウム        |              | E:69 GPa    |                            |           |
| 支点間距離 L:320 mm   |              |             |                            |           |
| 梁寸法:9.5 x 3.1 mm |              |             | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |           |

表 9 結果例

| 一端固定他端単純支持梁                     |                  |                   |                                 |           |
|---------------------------------|------------------|-------------------|---------------------------------|-----------|
| おもり( $m$ )<br>(g)               | 荷重( $W$ )<br>(N) | たわみ<br>(mm)       | たわみ<br>(m)                      | $WL^3/EI$ |
| 0                               | 0                | 0                 | 0                               | 0         |
| 100                             | 0.98             | 0.22              | 0.00022                         | 0.0197    |
| 200                             | 1.96             | 0.40              | 0.00040                         | 0.0394    |
| 300                             | 2.94             | 0.61              | 0.00061                         | 0.0592    |
| 400                             | 3.92             | 0.78              | 0.00078                         | 0.0789    |
| 500                             | 4.9              | 0.96              | 0.00096                         | 0.0986    |
| 素材:アルミニウム                       |                  | $E:69\text{ GPa}$ |                                 |           |
| 支点間距離 $L:320\text{ mm}$         |                  |                   |                                 |           |
| 梁寸法: $9.5 \times 3.1\text{ mm}$ |                  |                   | 梁寸法: $9.5 \times 3.1\text{ mm}$ |           |

表 10 結果例

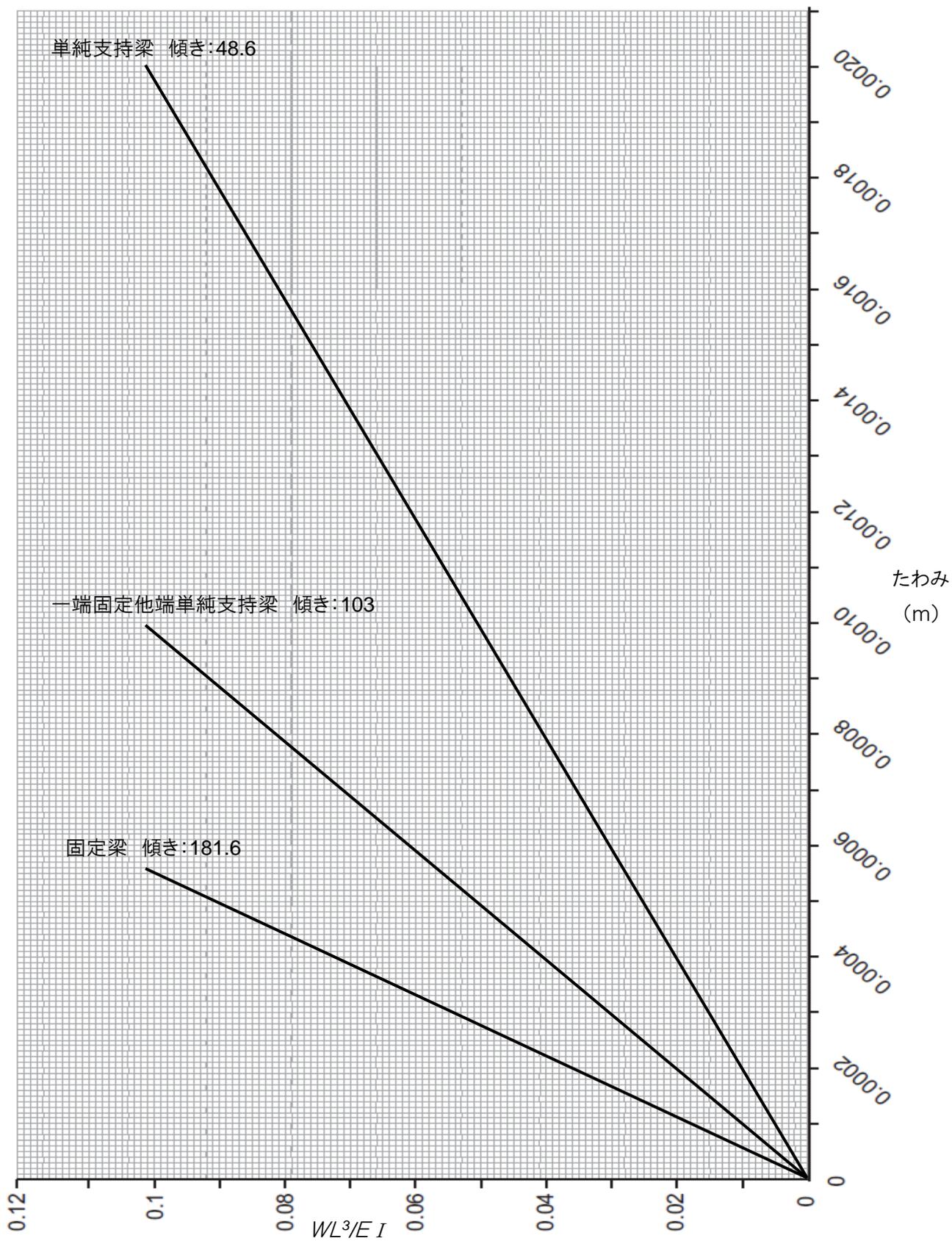


図4 結果例

## 実験シートV(片持ち梁の長さ)

この実験は長さの異なる片持ち梁に鋼の梁を用いて長さ $L$ と梁のたわみに関する理論を説明しています。結果から学生たちに理論で示したように原点  $0, 0$  かその近くを通るベストフィット線を描かせねばなりません。梁とワークパネルへ取り付けられた固定ブロックの頑丈さが結果に影響を及ぼします。しかし主な誤差は、長さ $L$ とそれによる誤差が3乗で拡大されるので、ダイヤルインジケータの不正確な位置決めにあるようです。

| 片持ち梁の長さ $L$ とたわみ  |                      |                            |
|-------------------|----------------------|----------------------------|
| 距離( $L$ )<br>(mm) | $(L^3)$<br>( $m^3$ ) | たわみ<br>(mm)                |
| 250               | 0.0156               | 5.53                       |
| 230               | 0.0122               | 4.32                       |
| 210               | 0.0093               | 3.29                       |
| 190               | 0.0069               | 2.47                       |
| 170               | 0.0049               | 1.76                       |
| 150               | 0.0034               | 1.22                       |
| 材質:鉄              |                      |                            |
| 梁の寸法:9.5 x 3.1 mm |                      | $I = 2.36 \times 10^{-11}$ |

表 11 結果例

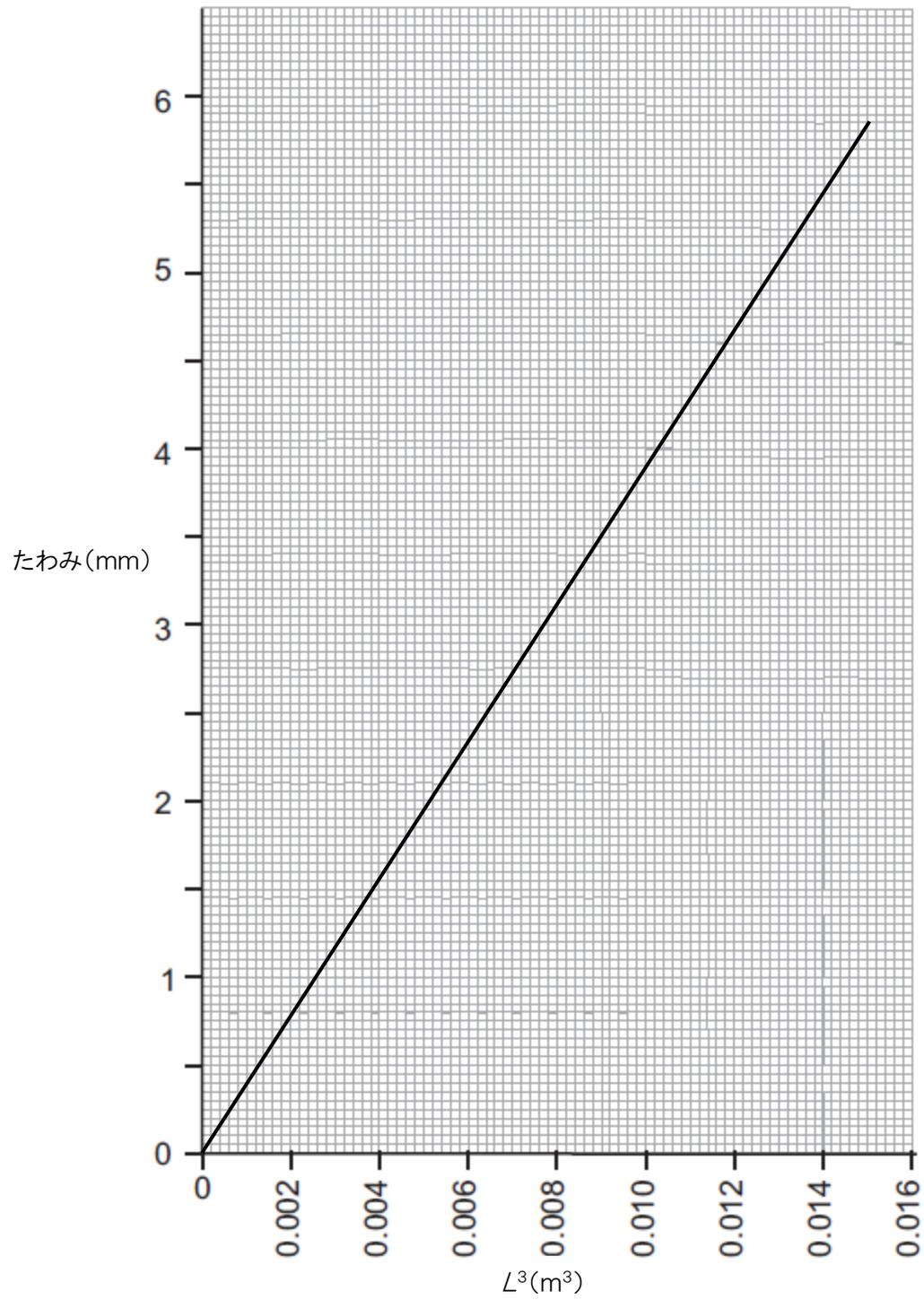


図5 結果例